4.2.41. $x=0{,}5ημ(10t+0{,}5π)$, $υ=5συν(10t+0{,}5π)$, $D=mω^2=20\,N/m$

$ΣF=-Dx$ ή $ΣF=-10ημ(10t+0{,}5π)$ (S.I), $m=0{,}2kg$

A) $p=mυ$ ή $p=1\cdot συν(10t+0{,}5π)$, $dp/dt=ΣF=-10ημ(10t+0{,}5π)$.

B) $K=\frac{1}{2}mυ^2=\frac{1}{2}0{,}2\cdot 25συν^2(10t+0{,}5π)$ ή $K=2{,}5συν^2(10t+0{,}5π)$ (SI)

Γ) $dK/dt=ΣF\cdot υ=-10\cdot ημ(10t+0{,}5π)5συν(10t+0{,}5π) \Rightarrow dK/dt=-25ημ(20t+π)$ (SI)

Δ) $U=\frac{1}{2}Dx^2$ ή $U=2{,}5ημ^2(10t+0{,}5π)$ (SI)

$dU/dt=-dK/dt$ ή $dU/dt=25ημ(20t+π)$ (SI).

4.2.42. A) $A_1=ψ_1$, $A_2=2ψ_1$ άρα $A_2=2A_1$ Σωστή η πρόταση γ

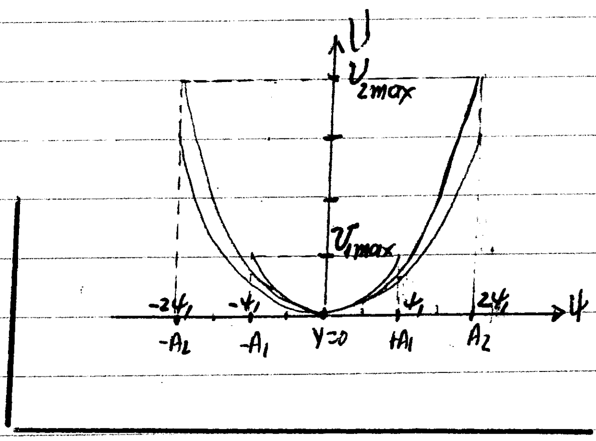
B) Σωστή η πρόταση γ. (... όπως αβλεψία έχει παραληφθεί).

$T_1=2π\sqrt{m/k}$, $T_2=2π\sqrt{m/k}$ άρα $T_1=T_2=T$. Ο ελάχιστος χρόνος είναι $Δt=\frac{T}{4}$ ... ίδιος και για τις δύο ταλαντώσεις.

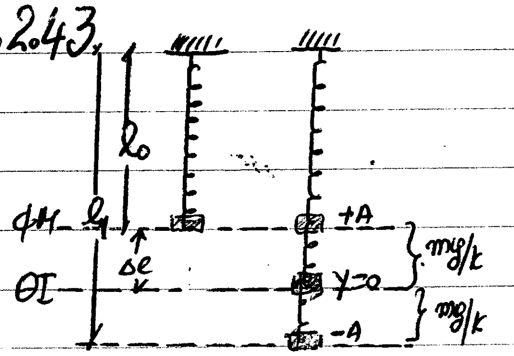
Γ) $U_{1,max}=E_1=\frac{1}{2}DA_1^2=\frac{1}{2}kA_1^2$

$U_{2,max}=E_2=\frac{1}{2}DA_2^2=\frac{1}{2}kA_2^2$ ή

$U_{2,max}=4\cdot\frac{1}{2}kA_1^2$ ή $U_{2max}=4U_{1max}$



4.2.43.



A) Για τη θέση ισορροπίας $mg=kΔℓ \Rightarrow Δℓ=\frac{mg}{k}=A$ (1) Από το σχήμα →

→ $2A=ℓ_1-ℓ_0$ ή $A=\frac{ℓ_1-ℓ_0}{2}$ (2)

B) $T=2π\sqrt{\frac{m}{D}}=2π\sqrt{\frac{m}{k}}$ (3)

Από (1), (2) $\Rightarrow \frac{m}{k}=\frac{A}{g}=\frac{ℓ_1-ℓ_0}{2g} \xrightarrow{(3)} T=2π\sqrt{\frac{ℓ_1-ℓ_0}{2g}}$

4.2.44. A) A-2 Σωστή. $f=\frac{1}{2π}\sqrt{D/m}=\frac{1}{2π}\sqrt{k/m}$ = σταθερή, ανεξάρτητη του $υ_0$

B) B-3 Σωστή, $f_1=2f_2$, $N_2=f_2t=\frac{f_1}{2}t=\frac{N_1}{2}$ ή $N_1=2N_2$

4.2.45. A) $\Delta \ell_{max} = 2\frac{mg}{k}$ Σωστή η πρόταση β, Α-β σωστή

Β. α- λάθος. Αρχικό πλάτος $A_1=\frac{mg}{k}$, Νέο πλάτος $A_2=\frac{4mg}{k}$, άρα $A_2=4A_1$

β- Σωστή. $T_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, $T_2=2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}=2T_1$ άρα $T_2=2T_1$

γ- Σωστή $v_{01}=\frac{2\pi}{T_1}A_1$, $v_{02}=\frac{2\pi}{T_2}A_2=\frac{2\pi}{2T_1}4A_1$ ή $v_{02}=2\frac{2\pi}{T_1}A_1$

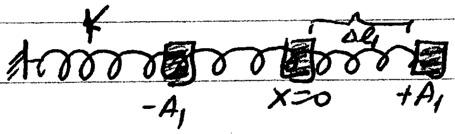
άρα $v_{02}=2v_{01}$

Γ. Σωστή η πρόταση (δ).

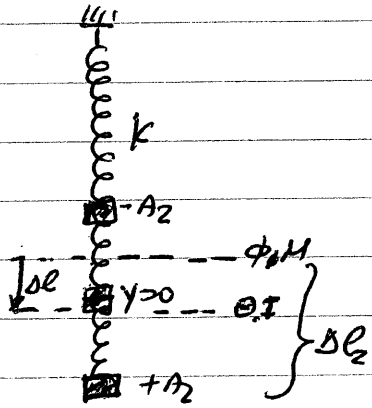
$$\left.\begin{array}{ll}\text{Αρχική ενέργεια} & E_1=\frac{1}{2}kA_1^2\\ \text{Τελική ενέργεια} & E_2=\frac{1}{2}kA_2^2=16E_1\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta E=E_2-E_1=15E_1$$

Ποσοστό αύξησης $\pi=\frac{\Delta E}{E_1}\cdot 100\% = \frac{15E_1}{E_1}\cdot 100\%$ ή $\pi=1500\%$.

4.2.46.



ταλάντωση 1



Ταλάντωση 2

A) $$\left.\begin{array}{l}E_1=\frac{1}{2}DA_1^2=\frac{1}{2}kA_1^2\\ E_2=\frac{1}{2}DA_2^2=\frac{1}{2}kA_2^2\end{array}\right\} \xrightarrow{E_1=E_2} A_1=A_2=A$$

άρα και στις δύο περιπτώσεις έχουμε ίδιο πλάτος ταλάντωσης

B) $$\left.\begin{array}{l}U_{1,max}=\frac{1}{2}DA_1^2=\frac{1}{2}kA^2\\ U_{2,max}=\frac{1}{2}DA_2^2=\frac{1}{2}kA^2\end{array}\right\} U_{1,max}=U_{2,max}=E$$

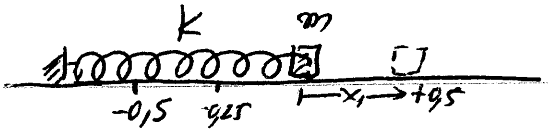
, άρα και στις δύο περιπτώσεις έχουμε την ίδια μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης

Γ) Στην πρώτη ταλάντωση (1) η μέγιστη δυναμική ενέργεια ελαστικότητας είναι $U_{1,max,ελ}=\frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2=\frac{1}{2}kA^2$, ενώ στην ταλάντωση (2)

$U_{2,max,ελ}=\frac{1}{2}k\Delta\ell_2^2=\frac{1}{2}k(\Delta\ell+A)^2$. Προφανώς $U_{2,ελ,max} > U_{1,ελ,max}$.

Άρα μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια ελαστικότητας έχουμε στην ταλάντωση (2).

4.2.47 Α-α, Β-α, Γ-β



4.2.48. Α) βλ. Θεωρία

Β) $D=k=m\omega^2 \Rightarrow \omega=10\,Rd/s$

$x=0{,}5\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})$

Γ) $\upsilon_0=\omega A=5\,m/s$, $\Delta t=\frac{T}{4}=\frac{2\pi/\omega}{4}\Rightarrow \Delta t=\frac{\pi}{20}s$

Δ) $\Delta\ell_{\sigma\upsilon\mu\pi}=0{,}25m \Rightarrow x=-0{,}25m$, $-0{,}25=0{,}5\eta\mu(10t+\pi/2)\Rightarrow\dots\Rightarrow t=\frac{\pi}{15}s$

Ε) $\Delta\ell=0{,}2m\Rightarrow x=0{,}2m$, $U=\frac12 Dx^2=4J$, $E=\frac12DA^2=25J$, $K=E-U=21J$

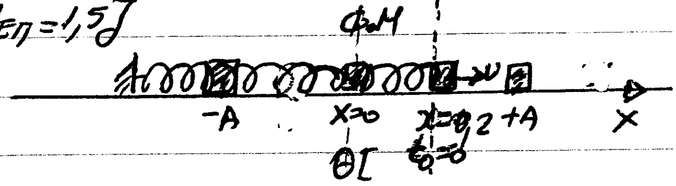
4.2.49 Α) βλ. Θεωρία

Β) $\frac12kx^2+\frac12mv^2=\frac12kA^2$ ή $A=0{,}4m$, $x=0{,}4\eta\mu(10t+\pi/6)$

Γ) $W_{E\pi}=\frac12k(x_1^2-x_2^2)=\frac12 100(0{,}2^2-0{,}1^2)$ ή $W_{E\pi}=1{,}5J$

$W_{E\pi}=\Delta K=K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}=U_{\alpha\rho\chi}-U_{\tau\varepsilon\lambda}$

Δ) ... ίδιο , $A=0{,}4m$



4.2.50 Α) βλ. λυμένα παραδείγματα

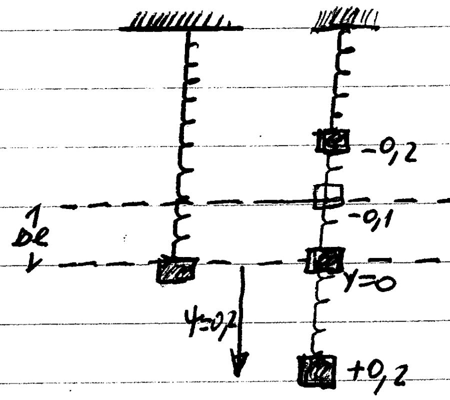
Β) $D=m\omega^2\Rightarrow\omega=10\,Rd/s$

$y=0{,}2\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})$ SI

Γ) Από τη θέση ισορροπίας διέρχεται σε χρόνο $\Delta t=\frac{T}{4}=\frac{\pi}{20}s$

Η στατική παραμόρφωση του ελατηρίου είναι $mg=k\Delta\ell$

$\Rightarrow \Delta\ell=0{,}1m$



Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος προφανώς $y=-0{,}1m$, ...

$-0{,}1=0{,}2\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})\Rightarrow \dots\ t=\frac{\pi}{15}s$

Δ) Στη προαναφερθείσα θέση $y=-0{,}1$ η ταχύτητα v του ταλαντωτή είναι $\frac12\cdot v^2+\frac12Dy^2=\frac12DA^2\Rightarrow v=\pm\sqrt3\,m/s$

... ή $v=\pm\omega\sqrt{A^2-y^2}\Rightarrow\dots$

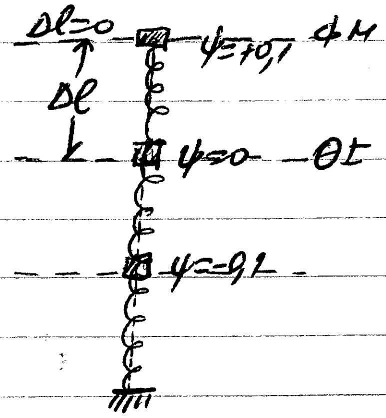
$\frac{dp}{dt}=\Sigma F=-Dy=-ky=-100(-0{,}1)$ ή $\frac{dp}{dt}=10\,kg\,m/s^2$

$dU/dt=-\frac{dK}{dt}=-\Sigma F\cdot v=-10\cdot(\pm\sqrt3)$ ή $dU/dt=\pm10\sqrt3\,J/s$

Ε) $\Sigma F_{max}=DA=100\cdot0{,}2=20N$ και $\Sigma F_{min}=0$

$F_{E\lambda,max}=k\Delta\ell_{max}=k(\Delta\ell+A)=100\cdot0{,}3=30N$, $F_{E\lambda,min}=0$.

4.2.51



Α) βλ θεωρία, παραδείγματα

Β) $A=\Delta l_{στατ}=\frac{mg}{k}$ ή $A=0,1m$

$D=k=m\omega^2 \Rightarrow \omega=10\ rad/s$

$y=0,1ημ(10t+\frac{\pi}{2})$

Γ) $υ_0=\omega A=1m/s$ σε χρόνο $\Delta t=\frac{T}{4}=\pi/20\ s$

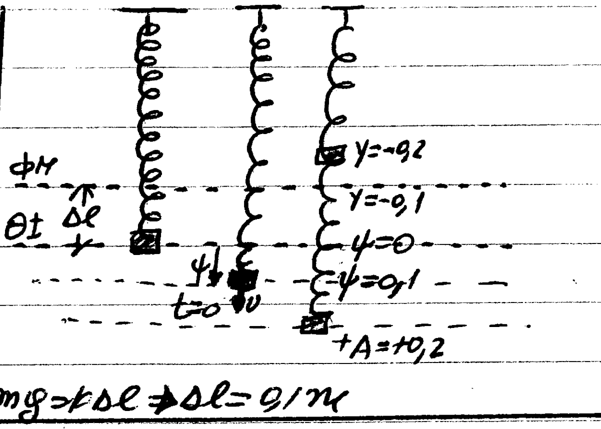
Δ) $\Delta l_{συσπ}=0,16m \Rightarrow y=-0,06m$

$\frac{1}{2}Dy^2+\frac{1}{2}mυ^2=\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow υ=\pm0,8m/s$

Ε) $\Sigma F=-Dy=-200\cdot0,1ημ(10t+\frac{\pi}{2})$ ή $\Sigma F=-20ημ(10t+\frac{\pi}{2})$

$\Sigma F=-Dy \Rightarrow F_{ελ}-Mg=-Dy \Rightarrow F_{ελ}=mg-Dy \Rightarrow F_{ελ}=20-20ημ(10t+\frac{\pi}{2})$

4.2.52



Α α) βλ θεωρία - παραδείγματα

β) $\frac{1}{2}DA^2=\frac{1}{2}Dy^2+\frac{1}{2}mυ^2 \Rightarrow A=\sqrt{y^2+\frac{m}{D}υ^2}=0,2m$

$T=2\pi\sqrt{m/D} \Rightarrow T=2\pi/10=0,628s$, $\omega=10\ rad/s$

γ) $y=0,2ημ(10t+\pi/6)$

Β) α) $υ_0=\omega A=2m/s$, $υ=2συν(10t+\frac{\pi}{6})=-2$

$\Rightarrow συν(10t+\frac{\pi}{6})=-1 \Rightarrow 10t+\frac{\pi}{6}=\pi \Rightarrow t=\frac{5\pi}{60}s$

$\Rightarrow t=\frac{\pi}{12}s$

$mg=k\Delta l \Rightarrow \Delta l=0,1m$

β) $α_0=\omega^2A=20m/s^2$, $α=-20ημ(10t+\frac{\pi}{6})=-20 \Rightarrow t=\frac{\pi}{30}s$

Γ) α) $\Sigma F=-Dy=-100(-0,1)$ ή $\Sigma F=10N$

β) Όταν $\Delta l=0$, $y=-0,1m$, $\frac{1}{2}mυ^2+\frac{1}{2}Dy^2=\frac{1}{2}DA^2$ ή $υ=\pm\sqrt{3}\ m/s$

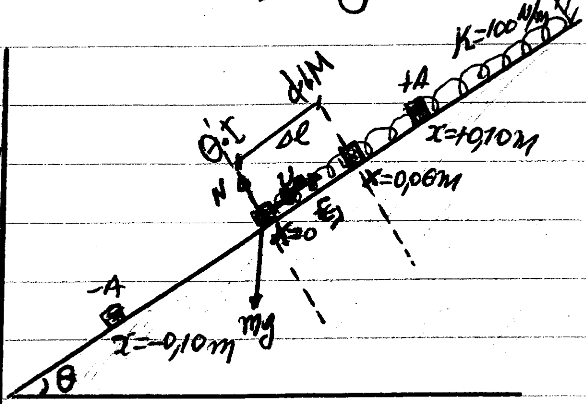
Δ) $F_{ελ,max}=k\Delta l_{max}=100\cdot0,3=30N$, $F_{ελ,min}=0$

Ε) Όταν $\Delta l_{συσπείρωσης}=0,05m \Rightarrow y=-(0,10+0,05) \Rightarrow y=-0,15m$

$E_{ταλ}=\frac{1}{2}DA^2=2,000J$, $U=\frac{1}{2}Dy^2=1,125J$, $K=E_{ταλ}-U=0,875J$

4.2.53.

$D=k=m\omega^2 \Rightarrow \omega=10\ rad/s$



Στατική παραμόρφωση $mgημθ=k\Delta l \Rightarrow \Delta l=0,06m$

Α) βλ. θεωρία, παραδείγματα , $T=2\pi/10=\frac{2\pi}{10}s$

Β) $υ_0=\omega A \Rightarrow A=0,10m$

$x=0,1ημ(10t)$, $υ=1συν(10t)$ SI

Γ) $\Delta l=0 \Rightarrow x=+0,06m$, $υ=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}=\pm0,8\frac{m}{s}$

Δ) $\Sigma F_{max}=DA=10N$, $\Sigma F_{min}=0$

E) $F_{ελ,max} = k\Delta\ell_{max} = 100\cdot(0{,}10+0{,}06) = 16N$, $F_{ελ,min} = 0$

Στ) $\Sigma F = -Dx \Rightarrow F_{ελ} - mgημφ = -Dx \Rightarrow F_{ελ} = 6-100x \Rightarrow F_{ελ} = 6-10ημ(10t)$.

4.2.54 A) $\vec{\Sigma F_x} = \vec{F_1}+\vec{F_2} \Rightarrow \Sigma F_x = -F_1-F_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Sigma F_x = -k_1\Delta\ell - k_2\Delta\ell \xrightarrow{\Delta\ell = x} \Sigma F_x = -(k_1+k_2)\cdot x$

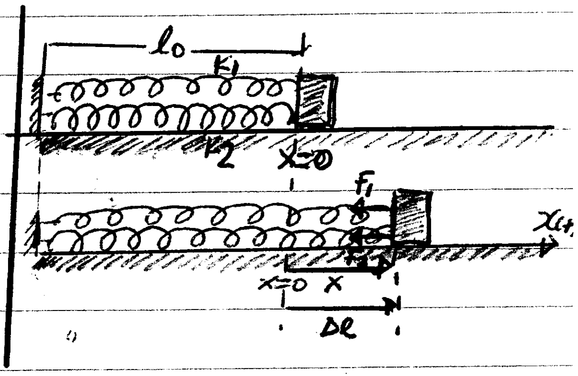
α.α.τ με $D = k_1+k_2 = 400 N/m$

$D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = 10 rad/s$, $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} s$

B) $E = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow A = \sqrt{2E/D} \Rightarrow A = 0{,}2m$

$x = 0{,}2ημ(10t+\frac{\pi}{2})$ S.I

Γ) $U = \frac{1}{2}Dx^2 \xrightarrow{x=-0{,}1m} U = 2J$ και $K = E-U = 6J$



4.2.55 A) Για τη Θ.Ι, $k_1\Delta\ell_1 = k_2\Delta\ell_2$ (1)

Για μια τυχαία απομάκρυνση x

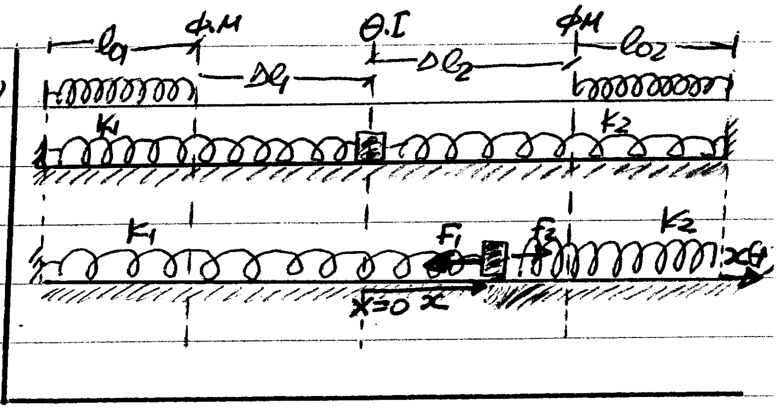
$\vec{\Sigma F} = \vec{F_1}+\vec{F_2} \Rightarrow \Sigma F = -F_1+F_2 \Rightarrow$

$\Sigma F = -k_1(\Delta\ell_1+x)+k_2(\Delta\ell_2-x) \xRightarrow{(1)}$

$\Sigma F = -(k_1+k_2)\cdot x$ άρα α.α.τ

με $D = k_1+k_2 = 400N/m$

και $D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = 10 rad/s$



B) $x = 0{,}4ημ(10t+\frac{\pi}{2})$ και $υ = 4συν(10t+\frac{\pi}{2})$ * Για $t = T/6$

Γ) * $x = 0{,}4ημ(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{6}+\frac{\pi}{2}) \Rightarrow x = 0{,}4συν\frac{\pi}{3}$ ή $x = 0{,}2m$ και $υ = -2\sqrt{3} m/s$

α) $E_{ταλ} = \frac{1}{2}DA^2 = 32J$, $U = \frac{1}{2}Dx^2 = 8J$, $K = E_{ταλ}-U \Rightarrow K = 24J$ ή $K = \frac{1}{2}mυ^2 = 24J$

β) $dx/dt = υ = -2\sqrt{3} m/s$, $dυ/dt = α = -\omega^2 x = -20 m/s^2$

$dp/dt = \Sigma F = -Dx = -400\cdot 0{,}2 \Rightarrow dp/dt = -80 kg\,m/s^2$

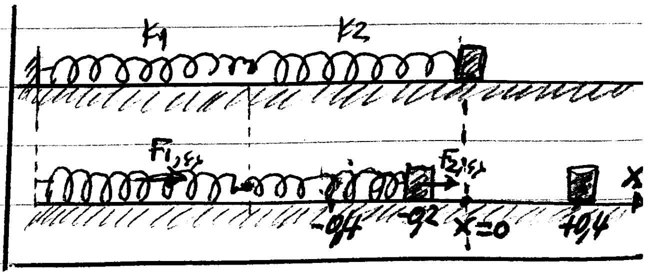
$dK/dt = \Sigma F\cdot υ = -80\cdot(-2\sqrt{3})$ ή $dK/dt = +160\sqrt{3} J/s$

4.2.56 A,B) Βλ. λυμένα παραδείγματα

$D = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2} = 75 N/m$, $D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = 10 rad/s$

Γ) $x = 0{,}4ημ(10t+\pi/2)$, $υ = 4συν(10t+\pi/2)$

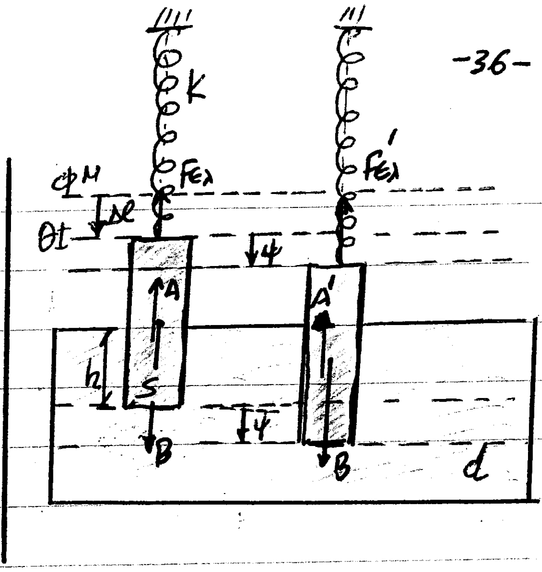
Την $t = 3\pi/3$ $x = -0{,}2m$ και $υ = +2\sqrt{3} m/s$



Δ) $\Sigma F = -Dx = -75(-0{,}2)$ ή $\Sigma F = 15N$, $F_{1,ελ} = F_{2,ελ} = \Sigma F = 15N$

Ελατήριο σταθεράς k_1, $F_{1,ελ} = k_1\Delta\ell_1 \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{15}{300}$ ή $\Delta\ell_1 = 0{,}05m$

Ελατήριο σταθεράς k_2, $F_{2,ελ} = k_2\Delta\ell_2 \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{F_{2,ελ}}{k_2}$ ή $\Delta\ell_2 = 0{,}15m$



4.2.57. Άνωση, $A = V_{\beta\upsilon\theta}\, d g = s h d g$

A) Στην κατάσταση ισορροπίας

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B - A - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Rightarrow mg - shdg - k\Delta\ell = 0$ (1)

Σε τυχαία απομάκρυνση

$\Sigma F_y = B - A' - F'_{\varepsilon\lambda} = mg - s(h+\psi)dg - k(\Delta\ell+\psi)$

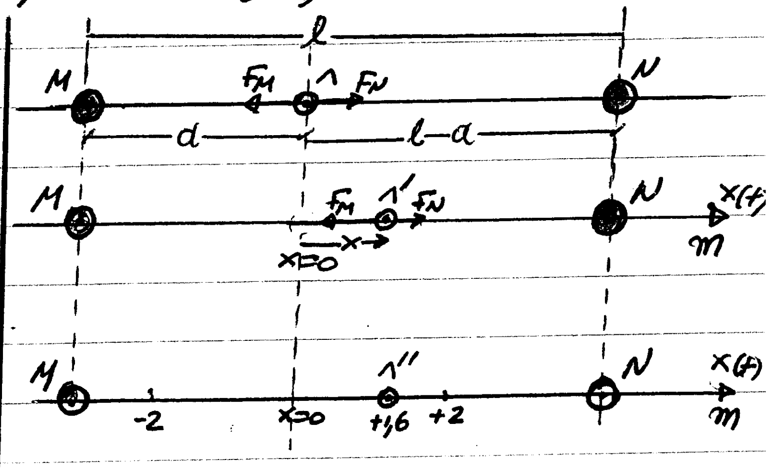
$\xRightarrow{(1)} \Sigma F_y = -(sdg + k)\cdot\psi$, άρα

α.α.τ με $D = s\cdot d\cdot g + K = 10^4\ N/m$

B) $\Sigma F = -D\psi = -10^4\cdot 0{,}1 = -10^3\ N$

Γ) $D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = 10\ rad/s$, $\psi = 0{,}2\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$

Δ) $\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi/\omega}{4} \Rightarrow \Delta t = \pi/20\ s$, $v = \omega A = 2\ m/s$, $\alpha = 0$



4.2.58. A) Θέση ισορροπίας Λ

$F_M = F_N \Rightarrow 7(MΛ) = 5(NΛ)$ ή $7a = 5(\ell - a)$

$\Rightarrow a = 3m$ και $\ell - a = 4{,}2m$

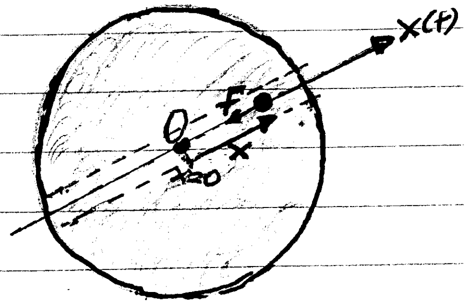
B) $\Sigma F_x = -F_M + F_N = -7(3+x) + 5(4{,}2 - x)$

$\Rightarrow \Sigma F_x = -12x$. α.α.τ με $D = 12\ N/m$.

Γ) $A = 2m$ και $D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = 10\ \frac{rad}{s}$

Σε απόσταση $MΛ'' = 4{,}6\ m$ η απομάκρυνση είναι $x = +1{,}6\ m$

$\frac{1}{2}Dx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow v = \pm 12\ m/s$ και $\alpha = -\omega^2 x$ ή $\alpha = -160\ m/s^2$

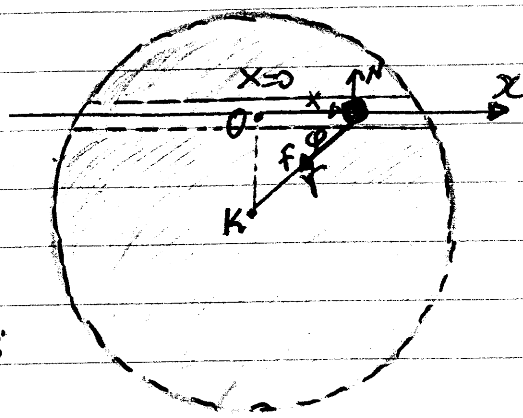


4.2.59 A) Σε τυχαία απομάκρυνση $\Sigma F = -F$ ή

$\Sigma F = -mg = -m g_0 \frac{x}{R}$ ή $\Sigma F = -\frac{mg_0}{R}\cdot x$

α.α.τ με $D = \frac{mg_0}{R}$

B) $T = 2\pi\sqrt{m/D} = 2\pi\sqrt{R/g_0}$ ή $T = 1600\pi\ s$



4.2.60. A) $\Sigma F_x = -F\sigma\upsilon\nu\varphi = -mg\,\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή

ή $\Sigma F_x = -m g_0 \frac{r}{R}\cdot\frac{x}{r}$ ή $\Sigma F_x = -m g_0 \frac{x}{R}$,

άρα α.α.τ με σταθερά

$D = mg_0/R$

B) $T = 2\pi\sqrt{m/D} = 2\pi\sqrt{R/g_0}$ ή $T = 1600\pi\ s$

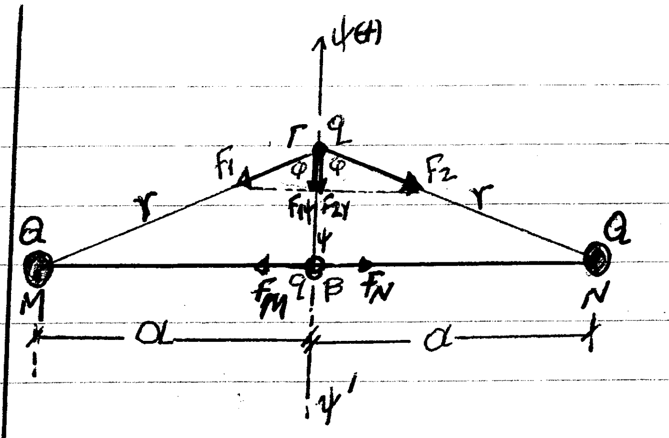
4.2.61. Α) Στη θέση Β. μέσου ΜΝ $\Sigma F_x = 0$ διότι

$F_M = F_N = k_c \frac{Q \cdot q}{a^2}$

Β) Σε τυχαία απομάκρυνση ψ

$\Sigma F_y = -F_{1y} - F_{2y} = -F_1 συνφ - F_2 συνφ$
$F_1 = F_2 = k_c \frac{Qq}{r^2}$ ⇒

$\Sigma F_y = -2k_c \frac{Qq}{r^2} συνφ = -2k_c \frac{Qq}{r^2} \frac{y}{r}$



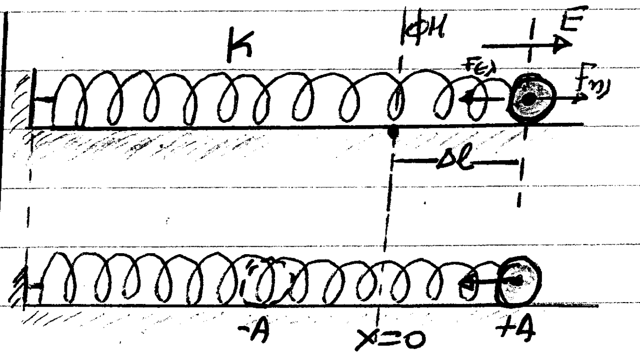
$\Rightarrow \Sigma F_y = -2k_c \frac{Qq}{r^3} y = -2k_c \frac{Q \cdot q}{(\sqrt{a^2+y^2})^3} \cdot y$ και για $y \ll a$, $a^2+y^2 \simeq a^2$ άρα

$\Sigma F_y = -2k_c \frac{Q \cdot q}{a^{2/3}} y$ ή $\Sigma F_y = -D y$ α.α.τ με $D = 2k_c \frac{Qq}{a^{2/3}}$

ή $D = 4 \cdot 10^{-6} N/m$

Γ) $D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{D/m} = 0,2\ rad/s$ και $T = 2\pi/\omega$ ή $T = 10\pi\ s$

4.2.62

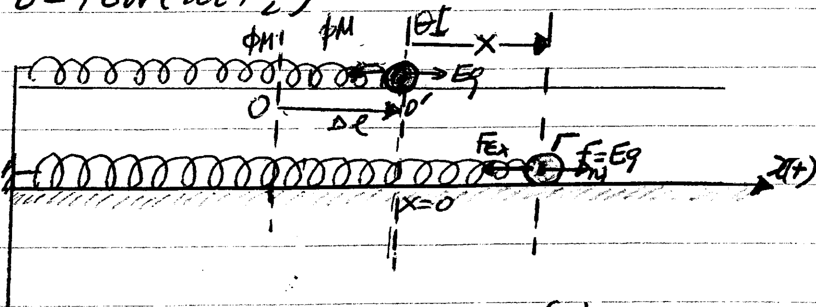


α) Για την αρχική θέση ισορροπίας
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{ηλ} = F_{ελ} \Rightarrow Eq = k\Delta l \Rightarrow \Delta l = 0,2m$
Μόλις καταργηθεί το ηλεκτρικό πεδίο
η σφαίρα εκτελεί ταλάντωση γύρω από
νέα θέση ισορροπίας που είναι στο
φυσικό μήκος του ελατηρίου. Η ταλάντωση
είναι α.α.τ (βλ. θεωρία) με $A = \Delta l = 0,2m$ και $D = k = 400 N/m$

β) $D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = 20\ rad/s$ και $υ_0 = \omega A = 4 m/s$

γ) $x = 0,2ημ(20t + \frac{\pi}{2})$ και $υ = 4συν(20t + \frac{\pi}{2})$

δ) $\Delta t = \frac{T}{4}$ ή $\Delta t = \frac{\pi}{40} s$



4.2.63 Α-1) θέση ισορροπίας O'

$E \cdot q = k\Delta l$ ή $\Delta l = 0,1m$ (1)

Τυχαία απομάκρυνση x

$\Sigma \vec{F}_x = \vec{F}_{ηλ} + \vec{F}_{ελ} \Rightarrow = Eq - F_{ελ} = Eq - k(\Delta l + x) = Eq - k\Delta l - kx \overset{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F_x = -k \cdot x$

α.α.τ με $D = k = m\omega^2$ ή $\omega = 10\ rad/s$ και πλάτος $A = 0,1m$

Α.2) $υ_0 = \omega A$ ή $υ_0 = 1 m/s$ Α.3) $\Delta V = E \cdot 2A \Rightarrow \Delta V = 2 \cdot 10^5 V$

B1) Όταν το σώμα είναι στη θέση $x=+0,1m$ έχει ταχύτητα $υ=0$. Στη θέση αυτή καταργούμε το ηλεκτρικό πεδίο και αρχίζει νέα ταλάντωση με θέση ισορροπίας τη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος (σημείο O), πλάτος $A'=0,2m$ και σταθερά ταλάντωσης $D=K=100N/m$ και $ω'=10 rad/s$

B.2) $υ_0'=ω'A'=2m/s$

B.3) $x=0,2ημ(10t+π/2)$ και $υ=2συν(10t+\frac{π}{2})$

4.2.64 A) $υ_0=ωA$ ή $ω=\frac{υ_0}{A}=10 rad/s$, $D=mω^2$ ή $D=100N/m$ άρα $K=D=100N/m$

A.1) $\frac{1}{2}Dx^2+\frac{1}{2}mυ^2=\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow x=\pm 0,16m$, $ΣF=-Dx \Rightarrow ΣF=\pm 16N$

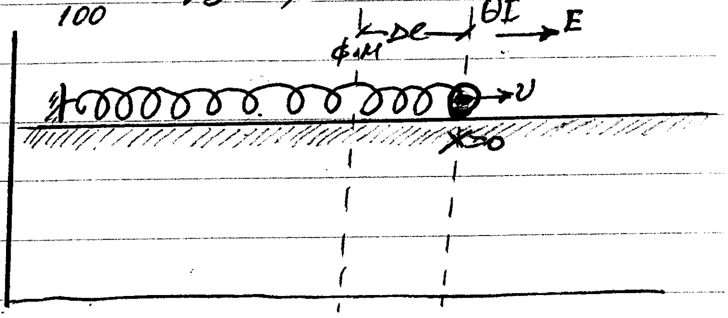
A.2) $U=K=\frac{E}{2} \ldots x=\pm A\sqrt{2}/2=\pm 0,1\sqrt{2}\, m$ και $υ=\pm ω\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow υ=\pm\sqrt{2}\, m/s$

$α=-ω^2x=\pm 10\sqrt{2}\, m/s^2$

B.1) Η θέση ισορροπίας της νέας ταλάντωσης είναι εκεί όπου $ΣF_x=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{ελ}=F_{ηλ} \Rightarrow KΔ\ell=Eq$ ή $Δ\ell=\frac{10^6\sqrt{2}\cdot 10^{-5}}{100} \Rightarrow Δ\ell=0,1\sqrt{2}\, m$.

Προσοχή!!! Μόλις εφαρμόζεται το ηλεκτρικό πεδίο ο ταλαντωτής είναι στη νέα θέση ισορροπίας άρα η $υ=\pm\sqrt{2} m/s$ είναι η μέγιστη ταχύτητα της



νέας ταλάντωσης. Η νέα ταλάντωση έχει σταθερά $D'=K=100N/m$ (βλ. προηγούμενα παραδείγματα) και $ω'=10m/s$

B.2) Για τη νέα ταλάντωση $υ_{max}=ω'A'$ ή $A'=\frac{\sqrt{2}}{10}\simeq 0,14m$

B.3) $F_{ελ,min}=0$, $F_{ελ,max}=KΔ\ell_{max}=K(Δ\ell+A')$ $\Rightarrow F_{ελ,max}=20\sqrt{2}N$

4.2.65 Θέση ισορροπίας $F_{ελ}=Mg+F_{ηλ}$ ή $KΔ\ell=Mg+Eq$ ή $Δ\ell=0,20m$

A) Τυχαία θέση $\Sigma\vec{F}=\vec{F}_{ελ}+M\vec{g}+\vec{F}_{ηλ}$

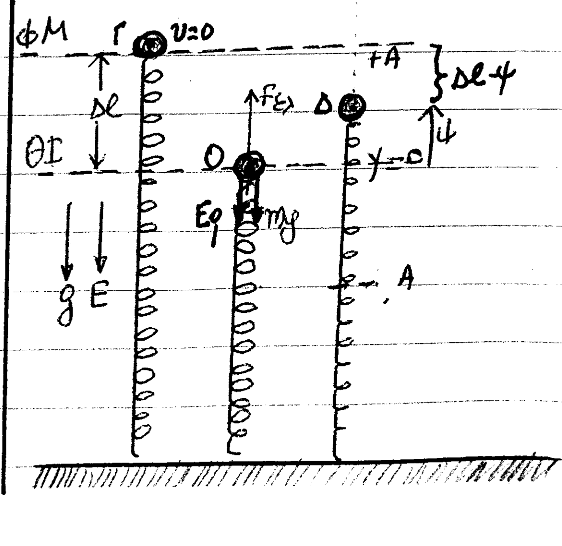
$\Rightarrow ΣF=K(Δ\ell-y)-Mg-Eq \Rightarrow ΣF=-Ky$

α.α.τ με $D=K$ και $D=mω^2$ ή $ω=10 rad/s$

B) $A=Δ\ell \Rightarrow A=0,2m$

Γ) $y=0,2ημ(10t+π/2)$

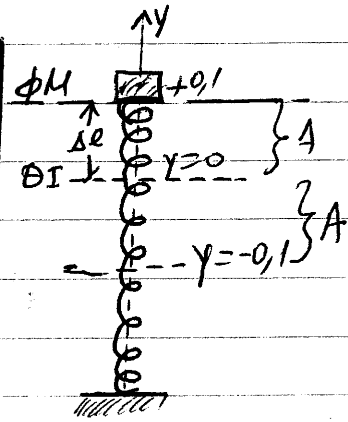
$υ=2συν(10t+π/2)$



Δ.1) $D=K=100\,N/m$ Δ.2) $A'=0{,}1m$

4.2.66

Α) βλ. παραδείγματα



Β) $\Delta l_{max}=2\Delta l=2A \Rightarrow A=\frac{\Delta l_{max}}{2} \Rightarrow A=0{,}1m$

$\Delta l=A=\frac{mg}{k} \Rightarrow k=100\,N/m$

$D=m\omega^2 \Rightarrow \omega=10\,rad/s$, $T=\frac{2\pi}{\omega}=0{,}2\pi\,s$

Γ) $y=0{,}1\eta\mu(10t+\pi/2)$, $v=1\sigma\upsilon\nu(10t+\frac{\pi}{2})$

Δ) $y=\pm A\sqrt{2}/2 \Rightarrow y=\pm 0{,}07m$, άρα

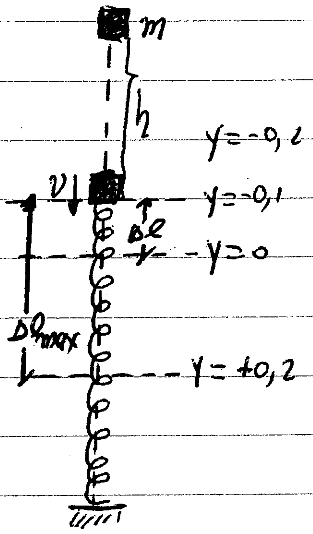
$\Delta l=0{,}03m \Rightarrow \Delta l=0{,}17m$

Ε) αρχικά ($t=0$) $y_1=+0{,}1m$, $\Delta l_1=0$ και τελικά ($v=0$) $y_2=-0{,}1m$, $\Delta l_2=0{,}2m$

$W_{F\epsilon\pi\alpha\nu}=\frac{1}{2}Dy_1^2-\frac{1}{2}Dy_2^2=0$ και $W_{F\epsilon\lambda}=\frac{1}{2}k\Delta l_1^2-\frac{1}{2}k\Delta l_2^2=-2J$.

4.2.67

Α) βλ. παραδείγματα * $E_{\mu\eta\chi}=\sigma\tau\alpha\theta$,



Β) $mg(h+\Delta l_{max})=\frac{1}{2}k\Delta l_{max}^2 \Rightarrow k=100\,N/m$

Γ) $v=\sqrt{2gh}=\sqrt{3}\,m/s$

$mg=k\Delta l \Rightarrow \Delta l=0{,}1m$, $E_{\tau\alpha\lambda}=\sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow$

$\frac{1}{2}Dy^2+\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow A=0{,}2m$

$D=m\omega^2 \Rightarrow \omega=10\,rad/s$

$y=0{,}2\eta\mu(10t+\frac{5\pi}{6})$ και $v=2\sigma\upsilon\nu(10t+\frac{5\pi}{6})$

Δ) $\Sigma F_y=-Dy \Rightarrow F_{\epsilon\lambda}-mg=-ky \Rightarrow F_{\epsilon\lambda}=mg-ky$

$\Rightarrow F_{\epsilon\lambda}=10-20\eta\mu(10t+\frac{5\pi}{6})$ $F_{\epsilon\lambda}=-k\Delta l$

$\Delta l=-0{,}1+0{,}2\eta\mu(10t+\frac{5\pi}{6})$ (θετικά προς τα πάνω)

Ε) Για $t=\frac{T}{12}$, $y=0$, $\Delta l=-0{,}1m \Rightarrow |\Delta l|=0{,}1m$ και $v=-2m/s$

$dK/dt=\Sigma F\cdot v=-Dy\cdot v \Rightarrow dK/dt=0$

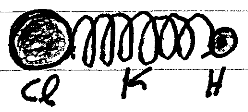
ΣΤ) $v=2\sigma\upsilon\nu(10t+\frac{5\pi}{6})=0 \Rightarrow t=\pi/15\,s$

Ζ) α) $W_{F\epsilon\lambda}=\frac{1}{2}Dy_1^2-\frac{1}{2}Dy_2^2$ και επειδή $y_1=-0{,}1m$ και $y_2=+0{,}2m$, $W_{F\epsilon\lambda}=-1{,}5J$

β) $W_{F\epsilon\lambda}=\frac{1}{2}k\Delta l_1^2-\frac{1}{2}k\Delta l_2^2=0-\frac{1}{2}100\cdot 0{,}3^2 \Rightarrow W_{F\epsilon\lambda}=-4{,}5J$

4.2.68

α) $D=m\omega^2=m(2\pi f)^2$



$\Rightarrow D=61{,}2\,N/m$

β) Μάζα δευτερίων $m'=2m_D=2M=3{,}4\cdot10^{-27}\,kg$

$D=m'\omega'^2 \Rightarrow \omega'=13{,}416\cdot10^{13}\,rad/s \Rightarrow f'=2{,}136\cdot10^{13}\,Hz$, $\Delta f=-0{,}864\cdot10^{13}\,Hz$

4.2.69 $D=m\omega^2=400\pi^2$ άρα σταθερά ελατηρίου $K=400\pi^2\ N/m$

1ο πείραμα α) $D_1=K=400\pi^2$ β) $D_1=m_1\omega_1^2 \Rightarrow \omega_1=20\pi \Rightarrow f_1=10Hz$ δ) $A_1=0,2m$

2ο πείραμα α) $D_2=K=400\pi^2$, β) $D_2=m_2\omega_2^2 \Rightarrow \omega_2=10\pi \Rightarrow f_2=5Hz$ δ) $m'g=K\Delta\ell$ ή

$\Delta\ell=0,01m$ ή $A_2=0,01m$

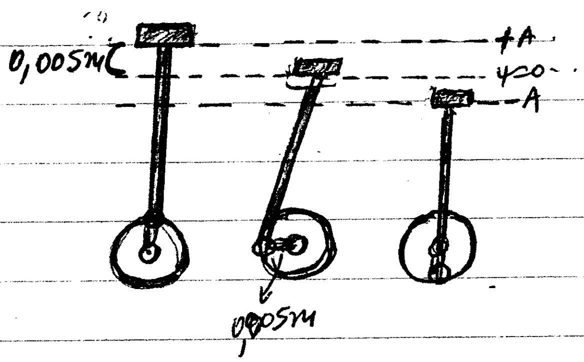
3ο πείραμα α) $K'=2K$ (βλ. παράδειγμα κ) $\Rightarrow D_3=K'=800\pi^2$

β) $D_3=m\omega_3^2 \Rightarrow \omega_3=20\sqrt{2}\pi\ rad/s \Rightarrow f_3=10\sqrt{2}\ Hz \simeq 14Hz$

δ) $v_0=\omega_3 A_3$ ή $A_3=\frac{v_0}{\omega_3}=\frac{9,42}{20\sqrt{2}\pi}=\frac{3}{20\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{40}$ ή $A_3=0,075\sqrt{2}m$ ή $A_3\simeq 0,105m$

4.2.70 α) $A=0,005m=5\cdot 10^{-3}m$

$m=0,5kg$



$f=3000\ \frac{στρ}{min}=\frac{3000}{60}\ Hz \Rightarrow f=50Hz$

$\omega=2\pi f=100\pi\ \frac{rad}{s}$

$y=5\cdot 10^{-3}ημ(100\pi t)$

$v=0,5\pi συν(100\pi t)$

β) $v_0=\omega A=0,5\pi$ ή $v_0=1,57m/s$

$a_0=\omega^2 A=500\ m/s^2$, $D=m\omega^2=5\cdot 10^4\ N/m$

γ) $\Sigma F_{max}=DA\simeq 250N$

δ) $v=0,5\pi συν(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{6}) \Rightarrow v=0,5\pi συν\frac{\pi}{3}$ ή $v=0,25\pi\ m/s$ ή $v=0,785m/s$

ε) $y=0,005-0,002=+0,003m$

$\frac{1}{2}Dy^2+\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow v=\pm 0,4\pi \simeq \pm 1,256\ m/s$

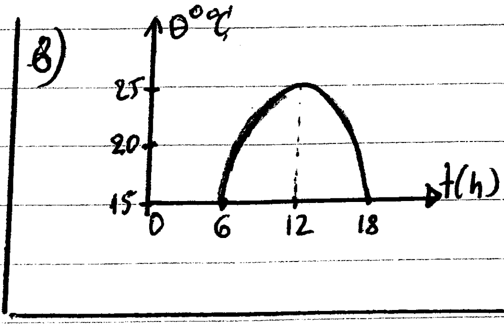
στ) $dK/dt=\Sigma F v=-Dy\cdot v=-5\cdot 10^4\cdot 3\cdot 10^{-3}\cdot(\pm 1,256)$ ή $dK/dt=\pm 188,4\ J/s$

4.2.71 α) $\theta=15+10ημ\frac{\pi}{12}(t-6)$ $(\theta\to {}^\circ C, t\to h)$

β) $\theta=15+10ημ\frac{\pi}{12}(9-6)$ ή

$\theta=15+10\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta\simeq 22^\circ C$

β)



γ) $20=15+10ημ\frac{\pi}{12}(t-6)$ ή

$5=10ημ\frac{\pi}{12}(t-6)$ ή

$ημ\frac{\pi}{12}(t-6)=\frac{1}{2}$ $\begin{cases} t_1=8h \\ t_2=16h \end{cases}$

άρα $\Delta t=t_2-t_1=8h$